

一般枝多導体非線形回路の過渡解

Transient Analysis on General Branch Multiconductor Nonlinear Circuit

井戸川 功 雄

Isao Idogawa

キーワード：一般枝、多導体、非線形、過渡、TRMCNL

1. はじめに

単導体線形、単導体非線形、多導体線形、多導体非線形と順次記載すべきかも知れないが、他は本論文を参照すれば同様に解法が作れるので本題の解の一例を記す。

まず多導体の長さ方向を寸断する、つまり離散化すれば多導体はしご形回路となる。本稿では各枝に電圧源電流源を含む一般枝非線形回路の過渡解を述べる。電流はパルスなどのような時間函数の波形でもよいし例えば直流や正弦波なら時間が

経った所の解は定常解を表わすことは勿論である。

長い非線形多導体を画く代りに簡単のために短い線形2導体で表現したのが第1図である。n導体にし長くするには2をnにし更に縦続接続すればよい。多導体非線形では連立非線形ライブラリを用いるが線形の場合は枝方程式を線形にし逆行列ライブラリを用いればよい。

非線形では電源の大きさや枝の性格で解が求まらぬ場合もあるが求まる範囲の考察に役立つこともある。

2. 一般枝多導体非線形回路方程式の作成

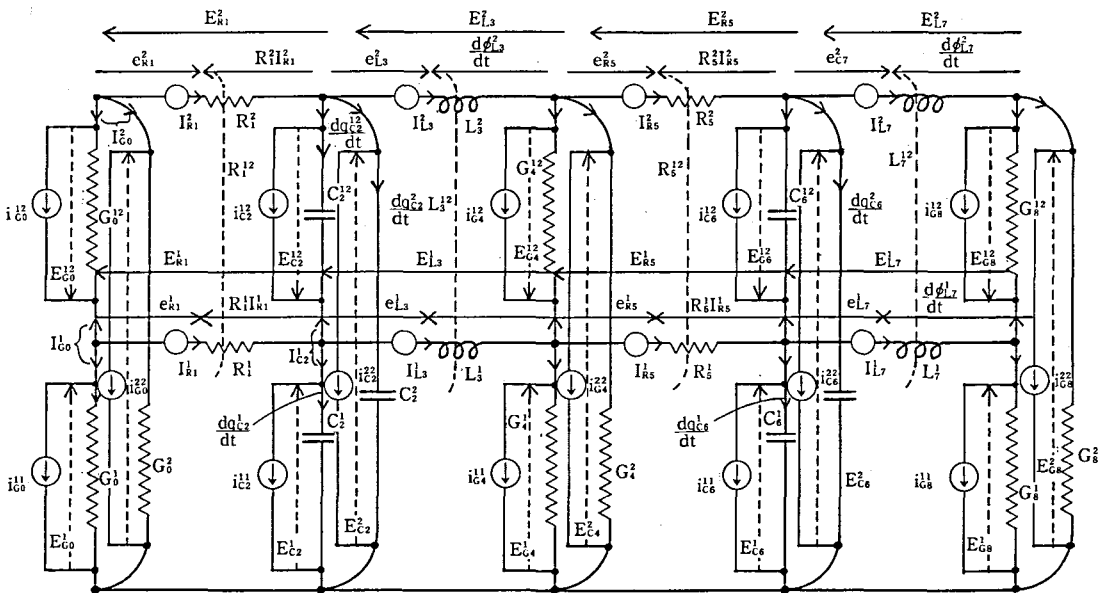


図1 2導体回路

図1で、

qは電荷	[C]
φは磁束	[W _b]
Eは電圧	[V]
Iは電流	[A]
eは独立電圧源	[V]
iは独立電流源	[A]
Rは抵抗	[Ω/km]
Cは静電容量	[F/km]
Lはインダクタンス	[H/km]
Gはもれコンダクタンス	[S/km]

であり、各文字の下添字は横素子 (C、G) には偶数を、縦素子 (R、L) には奇数を左から右へ付けて行く。

(附録1)

非線形枝方程式は、具体例で述べた方がはっきりするので、例として図2の性格をもった枝の場合を使用する。ここでは縦軸を独立変数、横軸をその函数の形にする。多導体では相互量があるので、この方が物理的意味を把み易いからである。

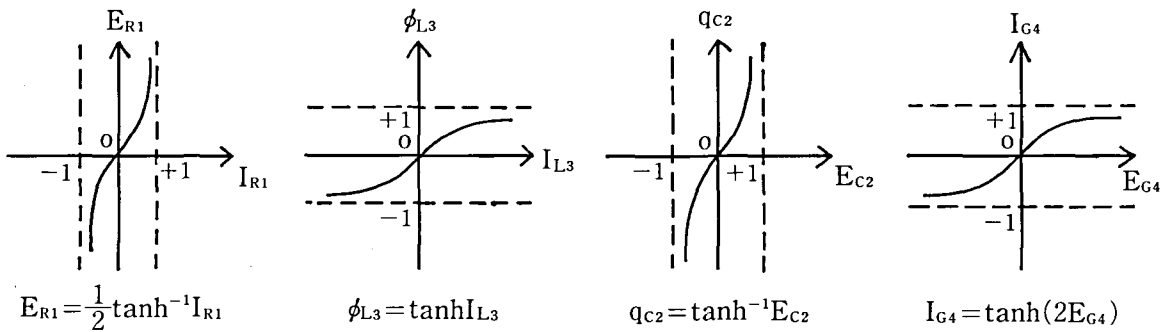


図2

つまり、一般枝から電圧源、電流源を外した素子の性格としては次の4つの式となる。

$$\left. \begin{aligned} E_{R1}^{ii} &= \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R1}^i \\ E_{R1}^{ij} &= \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R1}^j \right) \end{aligned} \right\} (f1)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{L3}^{ii} &= \tanh I_{L3}^i \\ \phi_{L3}^{ij} &= \tanh \left(\frac{I_{L3}^j}{3} \right) \end{aligned} \right\} (f2)$$

$$\left. \begin{aligned} q_{c2}^{ii} &= \tanh^{-1} E_{c2}^i \\ q_{c2}^{ij} &= \tanh^{-1} \left\{ \frac{1}{3} (E_{c2}^i - E_{c2}^j) \right\} \end{aligned} \right\} (f3)$$

$$\left. \begin{aligned} I_{G4}^{ii} &= \tanh(2E_{G4}^i) \\ I_{G4}^{ij} &= \tanh \left\{ \frac{2}{3} (E_{G4}^i - E_{G4}^j) \right\} \end{aligned} \right\} (f4)$$

(註) : (f-1) 式の右辺に同じ電流 $I_{R1}^i = I_{R1}^j$ を流したとき、通常は、自己 $E_{R1}^{ii} >$ 相互 E_{R1}^{ij} となる。

他の式も同様である。

ここで、 n 導体のとき $i=1\sim n, j=1\sim n$ である。
以下同様に、

$$E_{R5}^{i5} = \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R5}^i$$

⋮

$$I_{G8}^{i8} = \tanh(2E_{G8}^i)$$

等とする。

(附録1 終り。)

図1から次の式が書ける。例えば、附録1の \tanh^{-1} 形、 \tanh 形の非線形枝のとき、まず、枝方程式 (Beg) は

$$\begin{bmatrix} E_R^1 \\ E_R^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_R^1 + \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_R^2 \right) \\ \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_R^1 \right) + \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_R^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_R^1 \\ e_R^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot a)$$

$$\begin{bmatrix} E_L^1 \\ E_L^2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_L^1 + \phi_L^2 \\ \phi_L^1 + \phi_L^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_R^1 \\ e_R^2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_L^1 \\ \phi_L^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_L^1 \\ e_L^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot b)$$

$$\begin{bmatrix} I_C^1 \\ I_C^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_C^1 + I_C^2 \\ I_C^1 + I_C^2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_C^1 + q_C^2 \\ q_C^1 + q_C^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_C^1 + i_C^2 \\ i_C^1 + i_C^2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_C^1 \\ q_C^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_C^1 + i_C^2 \\ i_C^1 + i_C^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot c)$$

$$\begin{bmatrix} I_G^1 \\ I_G^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_G^1 + I_G^2 \\ I_G^1 + I_G^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh(2E_G^1) + \tanh\left\{ \frac{2}{3}(E_G^1 - E_G^2) \right\} \\ \tanh\left\{ \frac{2}{3}(E_G^2 - E_G^1) \right\} + \tanh(2E_G^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_G^1 + i_G^2 \\ i_G^1 + i_G^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot d)$$

キルヒホッフ電圧方程式 (KVLeq) は、

$$- \begin{bmatrix} E_{G0}^1 \\ E_{G0}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_R^1 \\ E_R^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{C2}^1(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \\ E_{C2}^2(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot a)$$

$$- \begin{bmatrix} E_{C2}^1(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \\ E_{C2}^2(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{L3}^1(\dot{\phi}_{L3}^1, \dot{\phi}_{L3}^2) \\ E_{L3}^2(\dot{\phi}_{L3}^1, \dot{\phi}_{L3}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{G4}^1 \\ E_{G4}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot b)$$

$$- \begin{bmatrix} E_{G4}^1 \\ E_{G4}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{R5}^1 \\ E_{R5}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{C6}^1(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \\ E_{C6}^2(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot c)$$

$$- \begin{bmatrix} E_{C6}^1(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \\ E_{C6}^2(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{L7}^1(\dot{\phi}_{L7}^1, \dot{\phi}_{L7}^2) \\ E_{L7}^2(\dot{\phi}_{L7}^1, \dot{\phi}_{L7}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{G8}^1 \\ E_{G8}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot d)$$

$\dot{\phi}_{L3}$ の \cdot は時間微分を表す。また $E_{C2}^1(q_{C2}^1, q_{C2}^2)$ は E_{C2} は変数 q_{C2}^1 と q_{C2}^2 との関数の意味であり、以下同様である。

キルホッフ電流方程式 (KCLEq) は

$$-\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{C0}^1 \\ I_{C0}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{R1}^1 \\ I_{R1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3 \cdot a)$$

$$-\begin{bmatrix} I_{R1}^1 \\ I_{R1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{C2}^1(\dot{q}_{C2}^1, \dot{q}_{C2}^2) \\ I_{C2}^2(\dot{q}_{C2}^1, \dot{q}_{C2}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{L3}^1(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \\ I_{L3}^2(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3 \cdot b)$$

$$-\begin{bmatrix} I_{L3}^1(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \\ I_{L3}^2(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{G4}^1 \\ I_{G4}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{R5}^1 \\ I_{R5}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3 \cdot c)$$

$$-\begin{bmatrix} I_{R5}^1 \\ I_{R5}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{C6}^1(\dot{q}_{C6}^1, \dot{q}_{C6}^2) \\ I_{C6}^2(\dot{q}_{C6}^1, \dot{q}_{C6}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{L7}^1(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \\ I_{L7}^2(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3 \cdot d)$$

$$-\begin{bmatrix} I_{L7}^1(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \\ I_{L7}^2(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{G8}^1 \\ I_{G8}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3 \cdot e)$$

以下、電荷 q 、磁束 ϕ を状態変数、電圧源 e 、電流源 i を外から与える値として解く。まず、

$$\begin{bmatrix} q_{C2}^1 \\ q_{C2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{C2}^{11} + q_{C2}^{12} \\ q_{C2}^{21} + q_{C2}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh^{-1} E_{C2}^1 + \tanh^{-1} \left\{ \frac{1}{3} (E_{C2}^1 - E_{C2}^2) \right\} \\ \tanh^{-1} \left\{ \frac{1}{3} (E_{C2}^2 - E_{C2}^1) \right\} + \tanh^{-1} E_{C2}^2 \end{bmatrix} \quad (4 \cdot a)$$

から連立非線形方程式ライブラリを用いて E_{C2}^1, E_{C2}^2 が q_{C2}^1, q_{C2}^2 の関数として求まる。すなわち $E_{C2}(q_{C2})$ である。また

$$\begin{bmatrix} \phi_{L3}^1 \\ \phi_{L3}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{L3}^{11} + \phi_{L3}^{12} \\ \phi_{L3}^{21} + \phi_{L3}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh I_{L3}^1 + \tanh \left(\frac{1}{3} I_{L3}^2 \right) \\ \tanh \left(\frac{1}{3} I_{L3}^1 \right) + \tanh I_{L3}^2 \end{bmatrix} \quad (4 \cdot b)$$

から連立非線形方程式ライブラリを用いて I_{L3}^1, I_{L3}^2 が ϕ_{L3}^1, ϕ_{L3}^2 の関数として求まる。すなわち $I_{L3}(\phi_{L3})$ である。

次に (1・c) 式から、

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_{C2}^1 \\ q_{C2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{C2}^1 \\ I_{C2}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{C2}^{11} + i_{C2}^{12} \\ i_{C2}^{21} + i_{C2}^{22} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot c)'$$

であるが、この右辺第1項は (3・b) 式より

$$\begin{bmatrix} I_{C2}^1(\dot{q}_{C2}^1, \dot{q}_{C2}^2) \\ I_{C2}^2(\dot{q}_{C2}^1, \dot{q}_{C2}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{R1}^1 \\ I_{R1}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{L3}^1(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \\ I_{L3}^2(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \end{bmatrix} \quad (3 \cdot b)'$$

であり I_{R1}^1, I_{R1}^2 が既知となれば

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_{c2}^1 \\ q_{c2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{R1}^1 \\ I_{R1}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{L3}^1(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \\ I_{L3}^2(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{c2}^{11} + i_{c2}^{12} \\ i_{c2}^{21} + i_{c2}^{22} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot c)'' = (S1)$$

が状態方程式 (Seq) となる。そこで (1・a) 式から

$$\begin{bmatrix} E_{R1}^1 \\ E_{R1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R1}^1 + \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R1}^2 \right) \\ \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R1}^1 \right) + \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R1}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R1}^1 \\ e_{R1}^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot a)'$$

で、この左辺は (2・a) 式から

$$\begin{bmatrix} E_{R1}^1 \\ E_{R1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C0}^1 \\ E_{C0}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{C2}^1(q_{c2}^1, q_{c2}^2) \\ E_{C2}^2(q_{c2}^1, q_{c2}^2) \end{bmatrix} \quad (2 \cdot a)'$$

であり、この中の E_{C2}^1, E_{C2}^2 は (4・a) 式から (q_{c2}^1, q_{c2}^2) の函数なので E_{R1}^1, E_{R1}^2 は E_{C0}^1, E_{C0}^2 のみの未知の函数となり (1・a)' 式の右辺の I_{R1}^1, I_{R1}^2 は (3・a) 式から

$$\begin{bmatrix} I_{R1}^1 \\ I_{R1}^2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_{C0}^1 \\ I_{C0}^2 \end{bmatrix} \quad (3 \cdot a)'$$

であり、更に (1・d) 式からの

$$\begin{bmatrix} I_{C0}^1 \\ I_{C0}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh(2E_{C0}^1) + \tanh\left\{\frac{2}{3}(E_{C0}^1 - E_{C0}^2)\right\} \\ \tanh\left\{\frac{2}{3}(E_{C0}^2 - E_{C0}^1)\right\} + \tanh(2E_{C0}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{c0}^{11} + i_{c0}^{12} \\ i_{c0}^{21} + i_{c0}^{22} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot d)'$$

を用いると I_{R1}^1, I_{R1}^2 は E_{C0}^1, E_{C0}^2 のみ未知の函数となり (1・a)' 式は E_{C0}^1, E_{C0}^2 の函数となる。すなわち (2・a) (1・a)' (3・a)' 式から

$$\begin{bmatrix} E_{C0}^1 \\ E_{C0}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C2}^1 \\ E_{C2}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{R1}^1 \\ E_{R1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C2}^1 \\ E_{C2}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \tanh^{-1}(-I_{C0}^1) + \frac{1}{2} \tanh^{-1}\left(\frac{-1}{3} I_{C0}^2\right) \\ \frac{1}{2} \tanh^{-1}\left(\frac{-1}{3} I_{C0}^1\right) + \frac{1}{2} \tanh^{-1}(-I_{C0}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R1}^1 \\ e_{R1}^2 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot a)''$$

この右辺に (1・d)' を入れた E_{C0}^1, E_{C0}^2 を連立非線形方程式ライブラリーで解き出す。すると、(1・d)' 式で I_{C0}^1, I_{C0}^2 が求まり (3・a)' から I_{R1}^1, I_{R1}^2 が求まる。

以下同様にして、

(4・a) と同様の

$$\begin{bmatrix} q_{c6}^1 \\ q_{c6}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{c6}^{11} + q_{c6}^{12} \\ q_{c6}^{21} + q_{c6}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh^{-1} E_{C6}^1 - \tanh^{-1}\left\{\frac{1}{3}(E_{C6}^1 - E_{C6}^2)\right\} \\ \tanh^{-1}\left\{\frac{1}{3}(E_{C6}^2 - E_{C6}^1)\right\} + \tanh^{-1} E_{C6}^2 \end{bmatrix} \quad (4 \cdot a)'$$

に連立非線形方程式ライブラリーを用いて E_{C6}^1, E_{C6}^2 が q_{c6}^1, q_{c6}^2 の函数として求まる。すなわち $E_{C6}(q_{c6})$ である。

以下 (1・a)'' 式は (1・a)' 式から (2・a)'' 式までと同様に (1・a) 式から、

$$\begin{bmatrix} E_{R5}^1 \\ E_{R5}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R5}^1 + \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R5}^2 \right) \\ \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R5}^1 \right) + \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R5}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R5}^1 \\ e_{R5}^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot a)''$$

であり、この左辺は (2・c) 式からの

$$\begin{bmatrix} E_{R5}^1 \\ E_{R5}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{G4}^1 \\ E_{G4}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{C6}^1 \\ E_{C6}^2 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot c)'$$

により E_{G4}^1, E_{G4}^2 の函数となり (1・a)'' 式の右辺の I_{R5}^1, I_{R5}^2 は (3・c) 式からの

$$\begin{bmatrix} I_{R5}^1 \\ I_{R5}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L3}^1(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \\ I_{L3}^2(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{G4}^1(E_{G4}^1, E_{G4}^2) \\ I_{G4}^2(E_{G4}^1, E_{G4}^2) \end{bmatrix} \quad (3 \cdot c)'$$

であり (1・d) 式からの

$$\begin{bmatrix} I_{G4}^1 \\ I_{G4}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{G4}^{11} + I_{G4}^{12} \\ I_{G4}^{21} + I_{G4}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh(2E_{G4}^1) + \tanh\left\{\frac{2}{3}(E_{G4}^1 - E_{G4}^2)\right\} \\ \tanh\left\{\frac{2}{3}(E_{G4}^2 - E_{G4}^1) + \tanh(2E_{G4}^2)\right\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{G4}^{11} + i_{G4}^{12} \\ i_{G4}^{21} + i_{G4}^{22} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot d)''$$

を (3・c)' 式に代入して I_{R5} は E_{G4} のみ未知の函数となり (1・a)'' 式は E_{G4}^1, E_{G4}^2 の函数となる。すなわち (2・c) (1・a)'' 式からの

$$\begin{bmatrix} E_{G4}^1 \\ E_{G4}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C6}^1 \\ E_{C6}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{R5}^1 \\ E_{R5}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C6}^1 \\ E_{C6}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R5}^1 + \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R5}^2 \right) \\ \frac{1}{2} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R5}^1 \right) + \frac{1}{2} \tanh^{-1} I_{R5}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R5}^1 \\ e_{R5}^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot a)'''$$

は E_{G4}^1, E_{G4}^2 のみ未知の式なので連立非線形方程式ライブラリで E_{G4}^1, E_{G4}^2 が求まる。すると (1・d)'' 式で I_{G4}^1, I_{G4}^2 が求まり (3・c)' 式から I_{R5}^1, I_{R5}^2 が求まる。

故に (2・b) 式よりの

$$\begin{bmatrix} E_{L3}^1(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \\ E_{L3}^2(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C2}^1(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \\ E_{C2}^2(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{G4}^1 \\ E_{G4}^2 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot b)'$$

を用い (1・b) 式からの

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{L3}^1 \\ \phi_{L3}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{L3}^1(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \\ E_{L3}^2(\phi_{L3}^1, \phi_{L3}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{L3}^1 \\ e_{L3}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C2}^1(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \\ E_{C2}^2(q_{C2}^1, q_{C2}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{G4}^1 \\ E_{G4}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{L3}^1 \\ e_{L3}^2 \end{bmatrix} \quad (S2)$$

が状態方程式 (Seq) となる。

以下 (4・b) 式と同じく

$$\begin{bmatrix} \phi_{L7}^1 \\ \phi_{L7}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{L7}^{11} + \phi_{L7}^{12} \\ \phi_{L7}^{21} + \phi_{L7}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh I_{L7}^1 + \tanh\left(\frac{1}{3} I_{L7}^2\right) \\ \tanh\left(\frac{1}{3} I_{L7}^1\right) + \tanh I_{L7}^2 \end{bmatrix} \quad (4 \cdot b)'$$

より、 I_{L7}, I_{L7}^2 は連立非線形方程式ライブラリーを用いて ϕ_{L7}^1, ϕ_{L7}^2 の函数として求まる。
故に (3・d) 式より

$$\begin{bmatrix} I_{C6}^1 \\ I_{C6}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{R5}^1(E_{G4}^1, E_{G4}^2) \\ I_{R5}^2(E_{G4}^1, E_{G4}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{L7}^1(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \\ I_{L7}^2(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \end{bmatrix}$$

が求まり (1・c)'' と同様にして I_{R5}, I_{R5}^2 は求まるので

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_{C6}^1 \\ q_{C6}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{R5}^1 \\ I_{R5}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{L7}^1(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \\ I_{L7}^2(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{C6}^1 + i_{C6}^2 \\ i_{C6}^1 + i_{C6}^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot c)''' = (S 3)$$

が状態方程式 (Seq) となる。

次に (3・e) 式から

$$\begin{bmatrix} I_{G8}^1 \\ I_{G8}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L7}^1 \\ I_{L7}^2 \end{bmatrix}$$

がわかり、(1・d) 式からの

$$\begin{bmatrix} I_{G8}^1 \\ I_{G8}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tanh(2E_{G8}^1) + \tanh\left\{\frac{2}{3}(E_{G8}^1 - E_{G8}^2)\right\} \\ \tanh\left\{\frac{2}{3}(E_{G8}^2 - E_{G8}^1)\right\} + \tanh(2E_{G8}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{G8}^1 + i_{G8}^2 \\ i_{G8}^1 + i_{G8}^2 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot d)'''$$

に連立非線形方程式ライブラリーを用いて $E_{G8}^1(I_{G8}^1, I_{G8}^2), E_{G8}^2(I_{G8}^1, I_{G8}^2)$ が求まる。

(2・d) 式よりの

$$\begin{bmatrix} E_{L7}^1 \\ E_{L7}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C6}^1(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \\ E_{C6}^2(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{G8}^1(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \\ E_{G8}^2(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \end{bmatrix}$$

を用いて (1・b) 式よりの

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{L7}^1 \\ \phi_{L7}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{L7}^1 \\ E_{L7}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{L7}^1 \\ e_{L7}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C6}^1(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \\ E_{C6}^2(q_{C6}^1, q_{C6}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{G8}^1(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \\ E_{G8}^2(\phi_{L7}^1, \phi_{L7}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{L7}^1 \\ e_{L7}^2 \end{bmatrix} \quad (S 4)$$

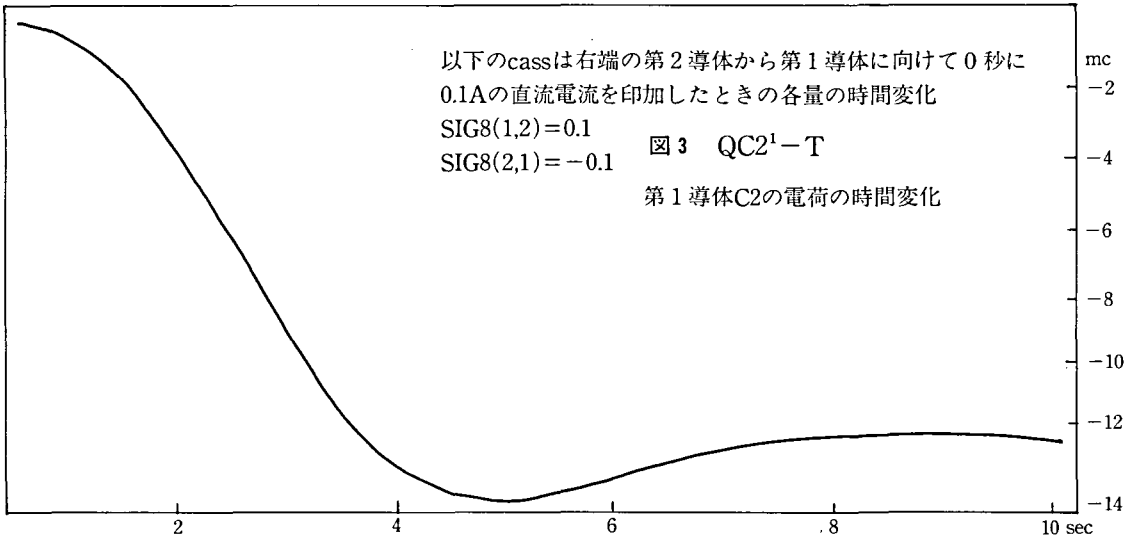
が状態方程式 (Seq) となる。

3. プログラム (TRMCL.FOR)

```
C TRMCL.FOR(TADOTAI HI-SENKEI KAIRO NO KATO KAI)
C Y:JIKAN, KANSUU F:JISOKU, DENKA NO JIKAN BIBUN AV:BYO, DENRYU, DENATSU
$LARGE
$DEBUG
PARAMETER (KV=2, M5=9, IB9=20, IB91=21, MMAX=9)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
COMMON /CAXIS/ XMIN, YMIN, XMAX, YMAX
DIMENSION Y(M5, IB91), F(M5, IB91), YMABSO(M5), XMXO(M5)
DIMENSION AV(M5, IB9), XXX(IB9), YYY(IB9)
```

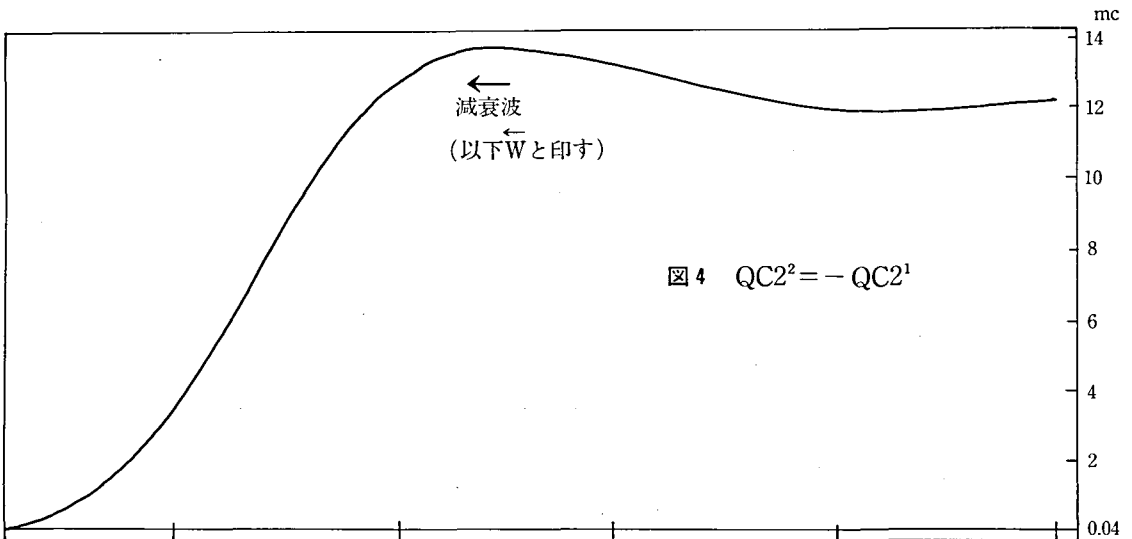
(プログラム、以下省略する)

4. 1 計算結果：以下各枝の電荷、磁束、電流、電圧の時間変化グラフを示す

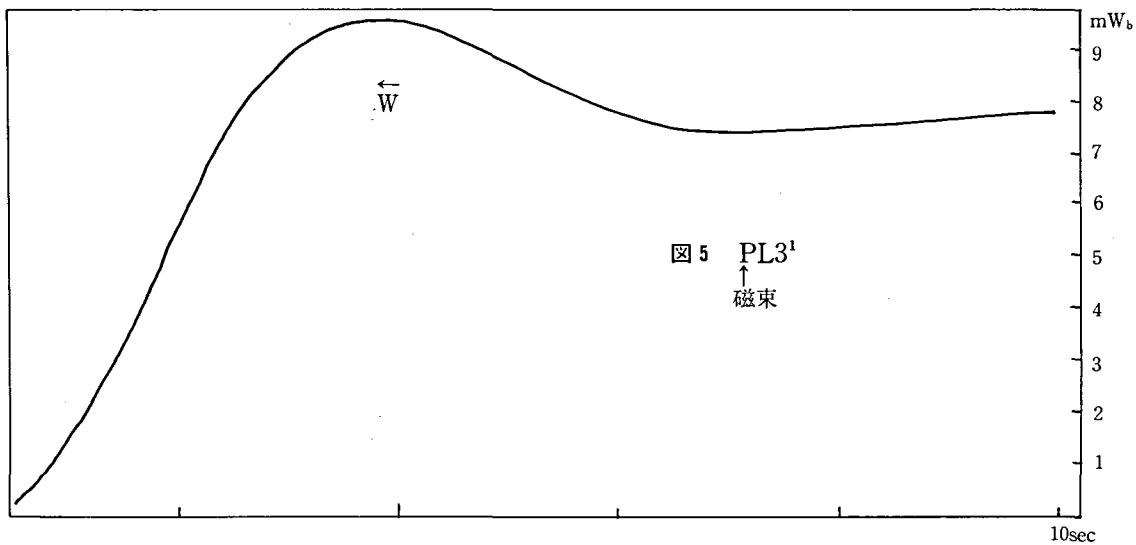


```
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.4425604D-04 IMA= 1
XIMI= .5000000D+01 YMIN=-.1372241D-01 IMI= 10 FAI,Q( 20)=-.1211527D-01
PLEASE INPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 2
```

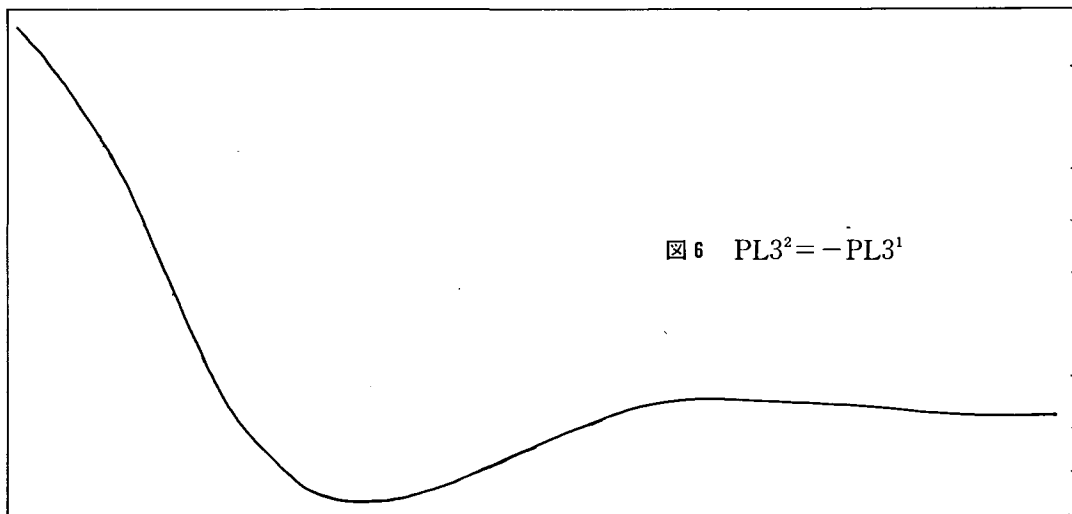
最大値 (0.5秒のとき) 電荷 (10秒のときの)
 最小値 (5秒のとき)



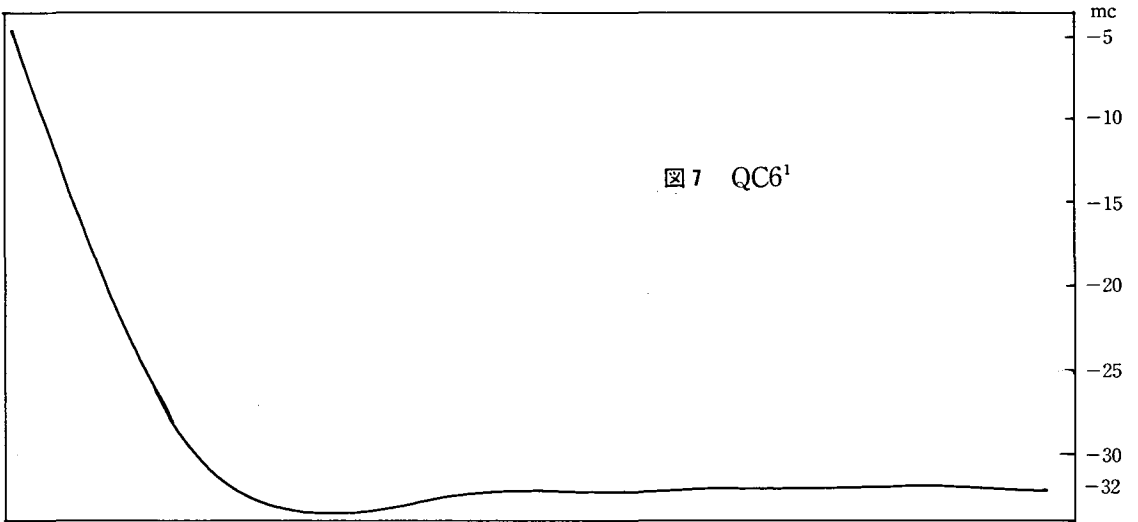
```
XIMA= .5000000D+01 YMAX= .1372159D-01 IMA= 10
XIMI= .5000000D+00 YMIN= .4206721D-04 IMI= 1 FAI,Q( 20)= .1211521D-01
PLEASE INPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 3
```

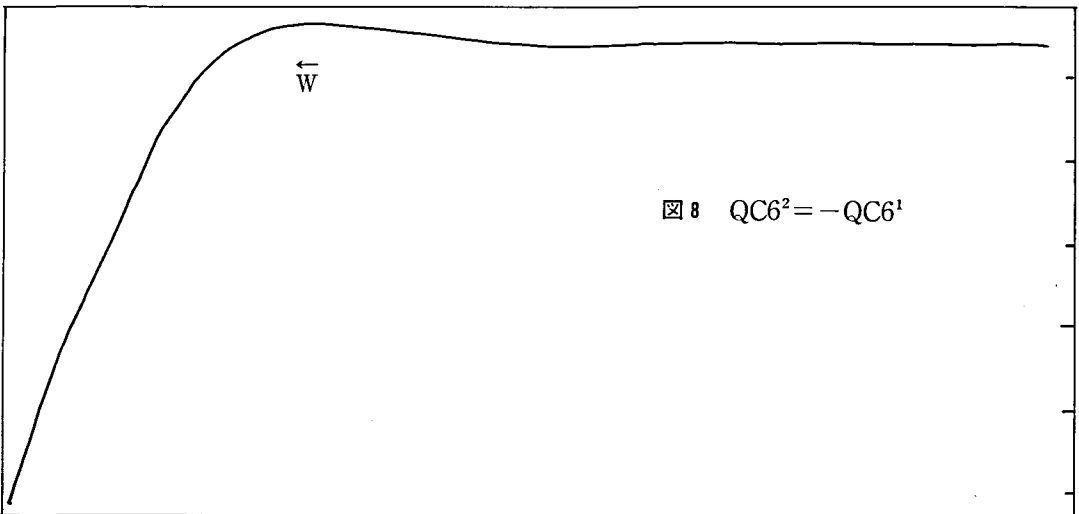
XIMA= .3500000D+01 YMAX= .9593852D-02 IMA= 7
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .2035684D-03 IMI= 1 FAI,Q(20)= .7690986D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 4



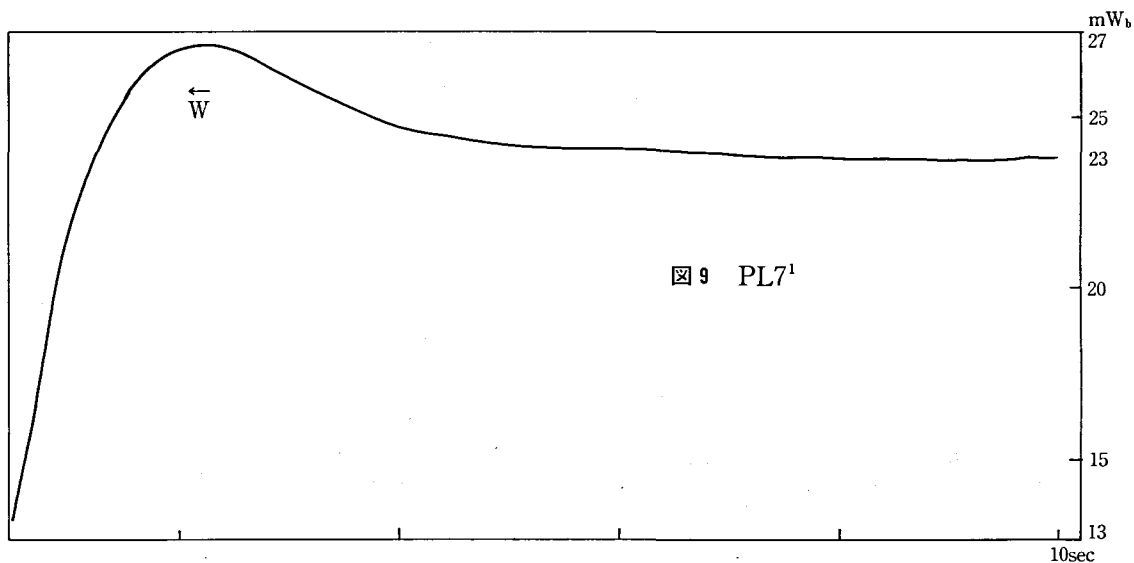
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.1951036D-03 IMA= 1
 XIMI= .3500000D+01 YMIN=-.9593119D-02 IMI= 7 FAI,Q(20)=-.7690892D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 5



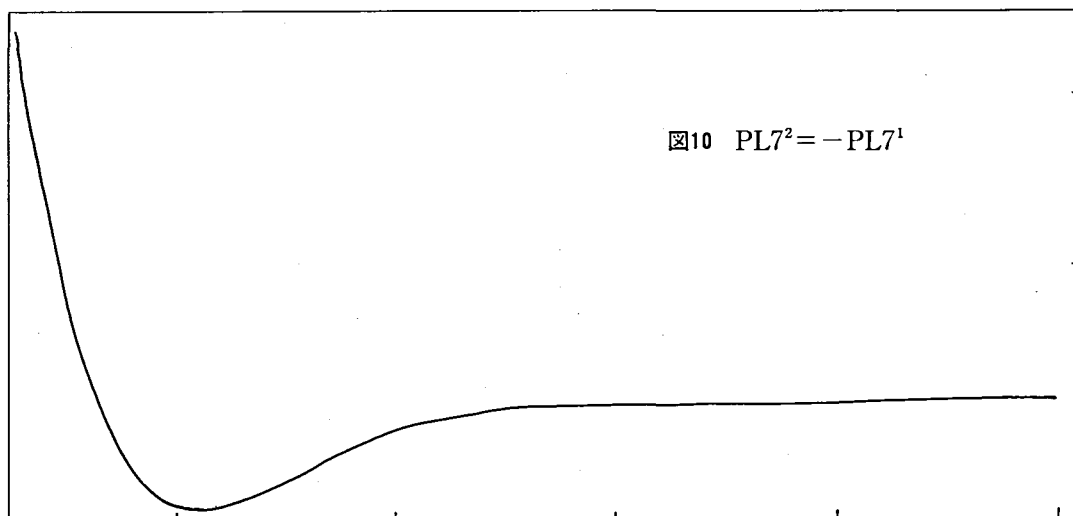
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.4408578D-02 IMA= 1
 XIMI= .3500000D+01 YMIN=-.3347867D-01 IMI= 7 FAI,Q(20)=-.3205021D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 6



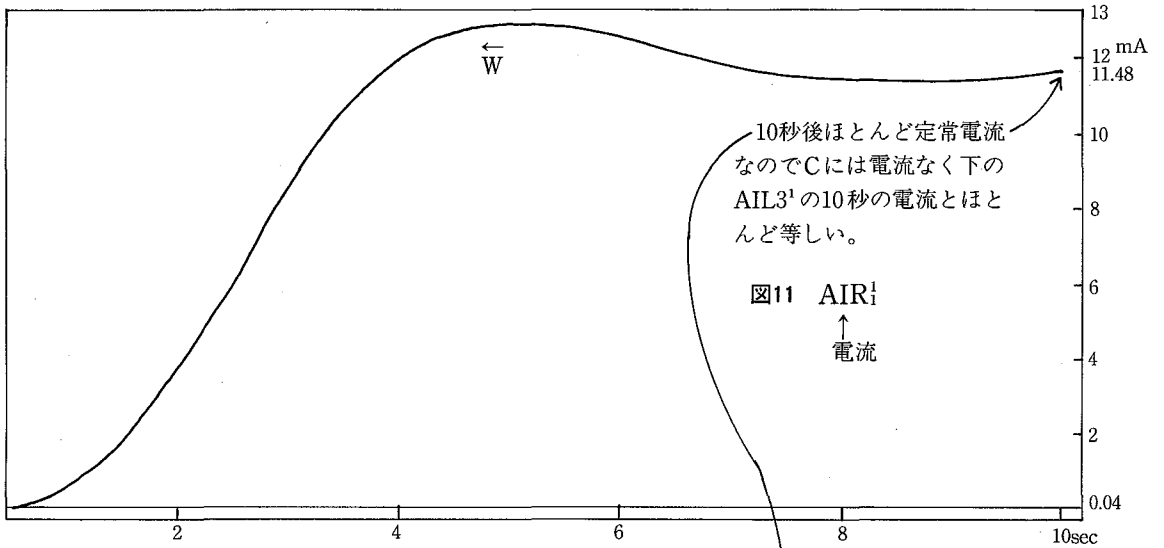
XIMA= .3500000D+01 YMAX= .3347511D-01 IMA= 7
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .4427540D-02 IMI= 1 FAI,Q(20)= .3205020D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 7



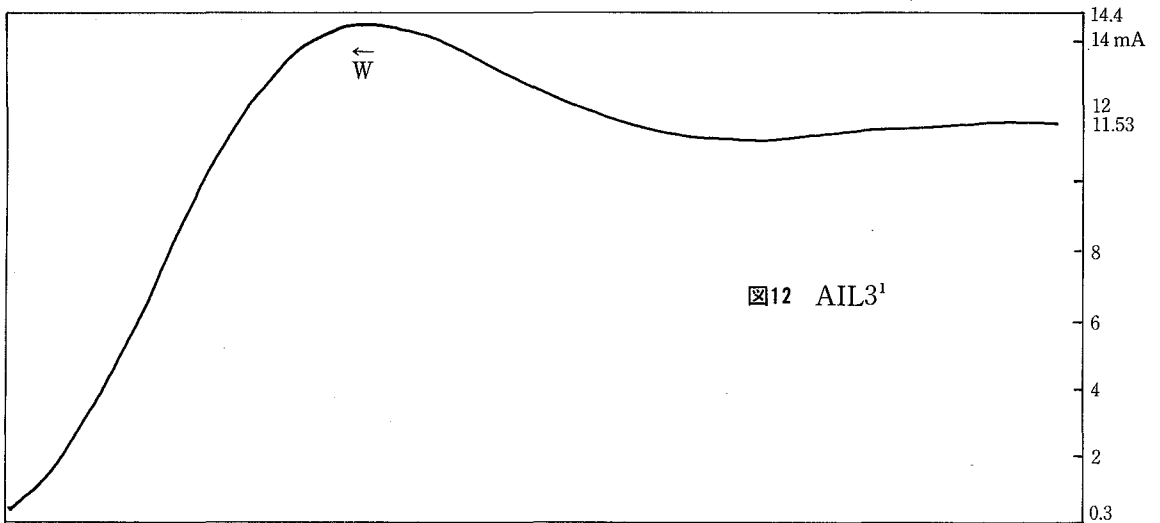
XIMA= .2000000D+01 YMAX= .2713922D-01 IMA= 4
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .1300166D-01 IMI= 1 FAI,Q(20)= .2384798D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 8



XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.1299592D-01 IMA= 1
 XIMI= .2000000D+01 YMIN=-.2712874D-01 IMI= 4 FAI,Q(20)=-.2384796D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER FAI,Q III JJJ= 1 9



XIMA= .5000000D+01 YMAX= .1299923D-01 IMA= 10
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .4179589D-04 IMI= 1 AV(20)= .1147698D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 2

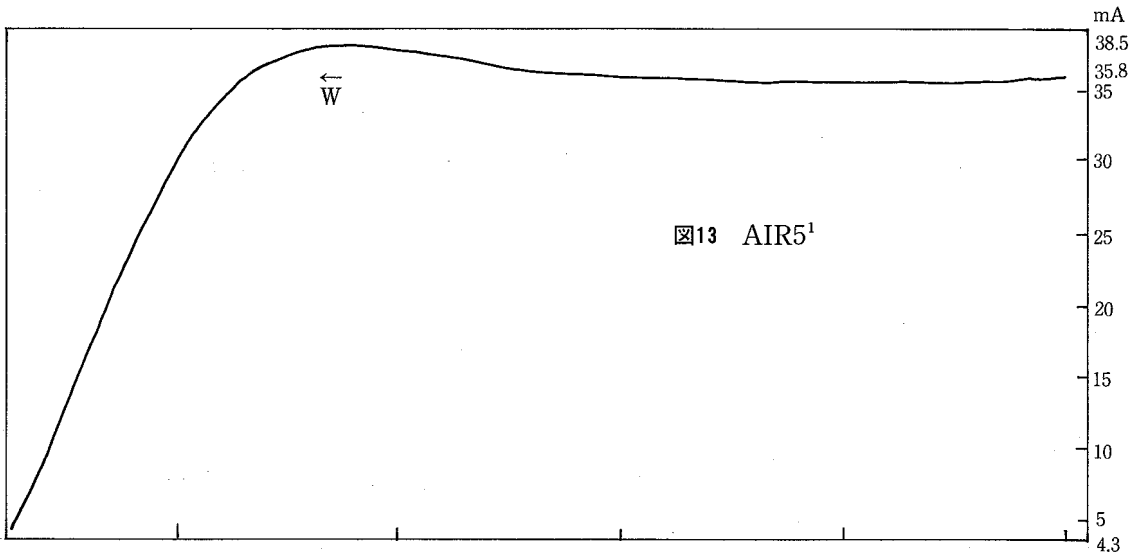


XIMA= .3500000D+01 YMAX= .1439194D-01 IMA= 7
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .3021784D-03 IMI= 1 AV(20)= .1153718D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 3

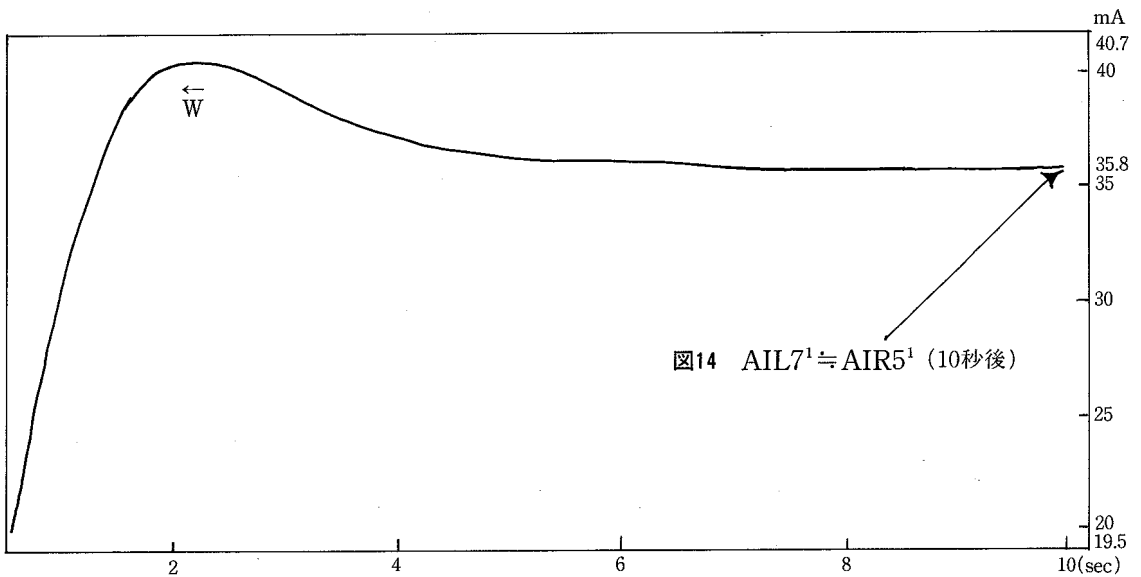
AIL7¹、AIR5¹、AIL3¹、AIR1¹の電流波の山に注目すると

	時刻(sec)	大きさ(mA)
AIL7 ¹	2	40
AIR5 ¹	3.5	38
AIL3 ¹	3.5	14
AIR1 ¹	5	13

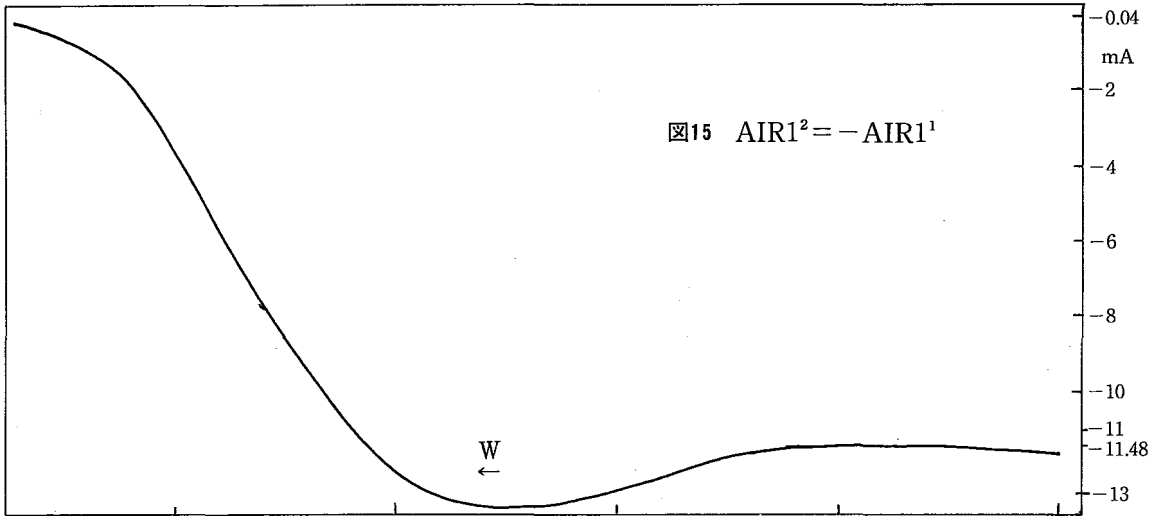
となっていて、右端に0秒に電流源100mAを印加したので、枝L7、R5、L3、R1の順に電流波の山は時間を経つと減衰しつつ左へ移動して行くことが見える。第2導体についても同じで、電圧波についても同様である。



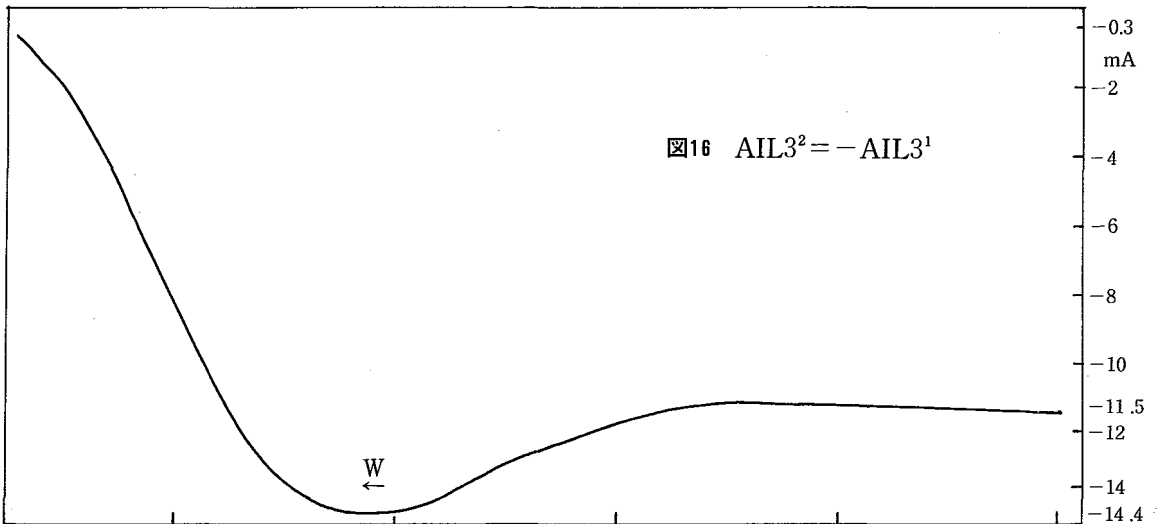
XIMA= .3500000D+01 YMAX= .3851526D-01 IMA= 7
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .4320366D-02 IMI= 1 AV(20)= .3581314D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 4



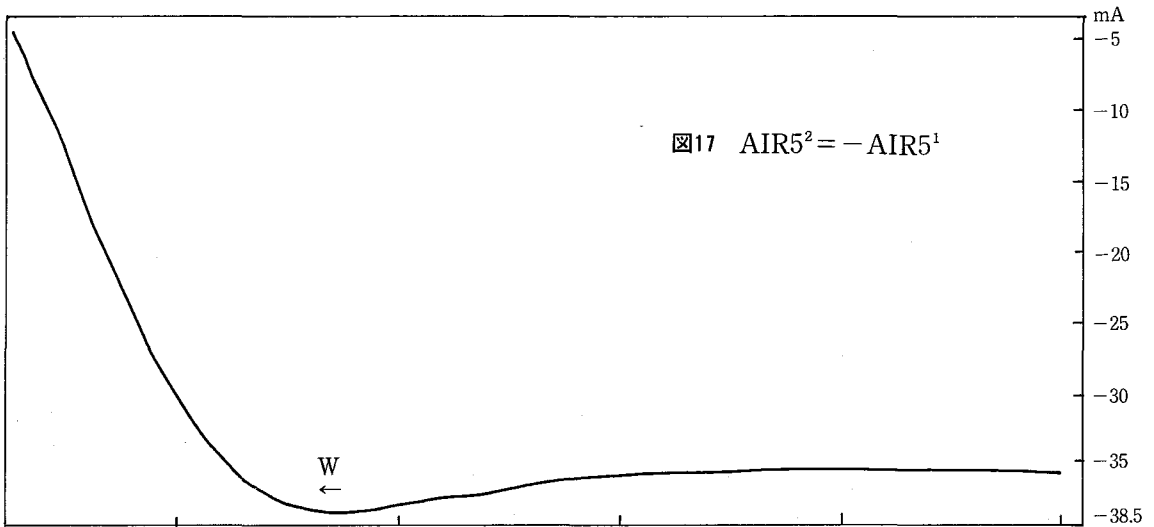
XIMA= .2000000D+01 YMAX= .4073742D-01 IMA= 4
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .1950391D-01 IMI= 1 AV(20)= .3579403D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 5



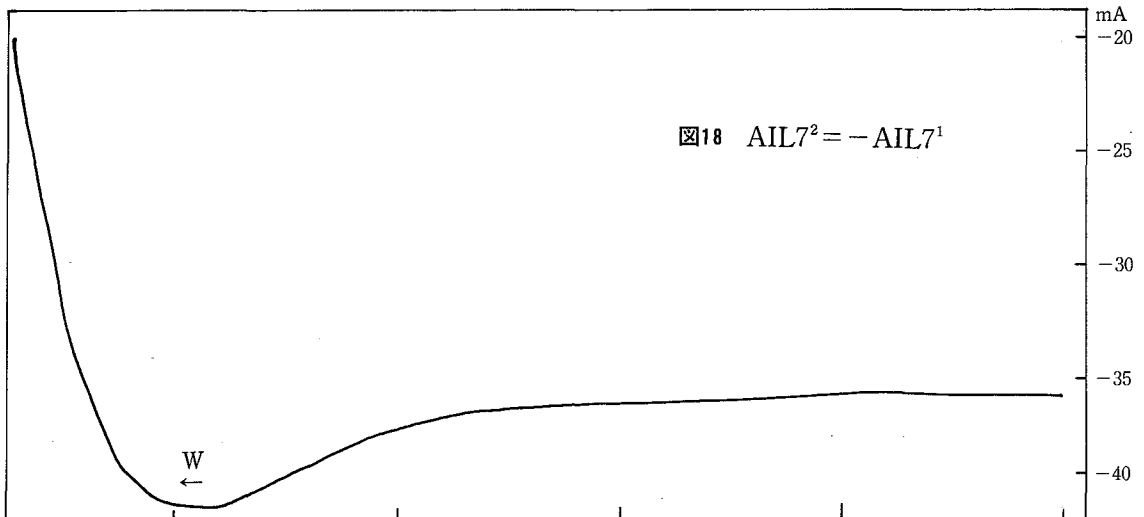
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.3998403D-04 IMA= 1
 XIMI= .5000000D+01 YMIN=-.1299859D-01 IMI= 10 AV(20)=-.1147700D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 6



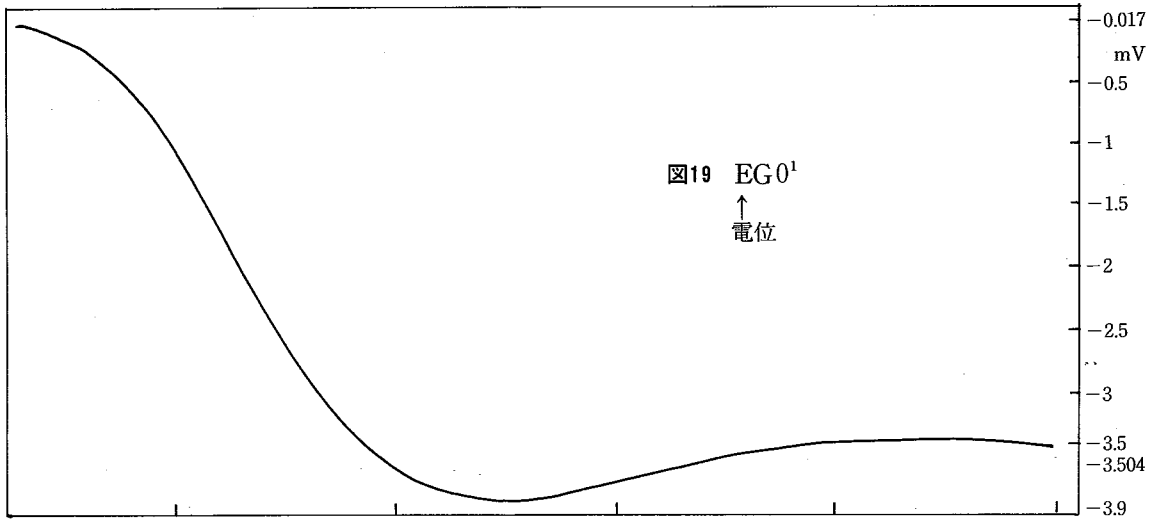
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.2958297D-03 IMA= 1
 XIMI= .3500000D+01 YMIN=-.1439139D-01 IMI= 7 AV(20)=-.1153711D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 7



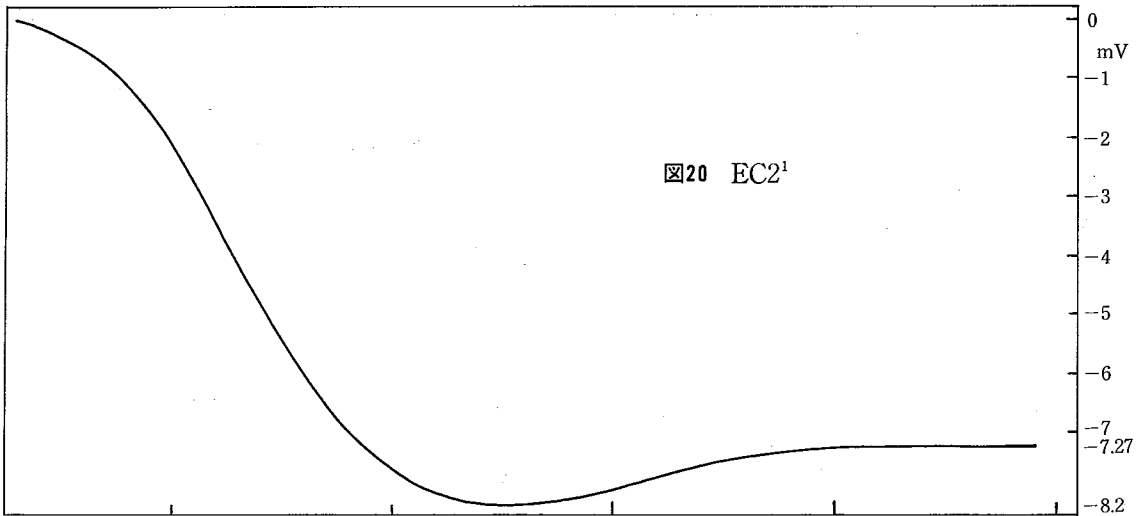
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.4333898D-02 IMA= 1
 XIMI= .3500000D+01 YMIN=-.3851198D-01 IMI= 7 AV(20)=-.3581311D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 8



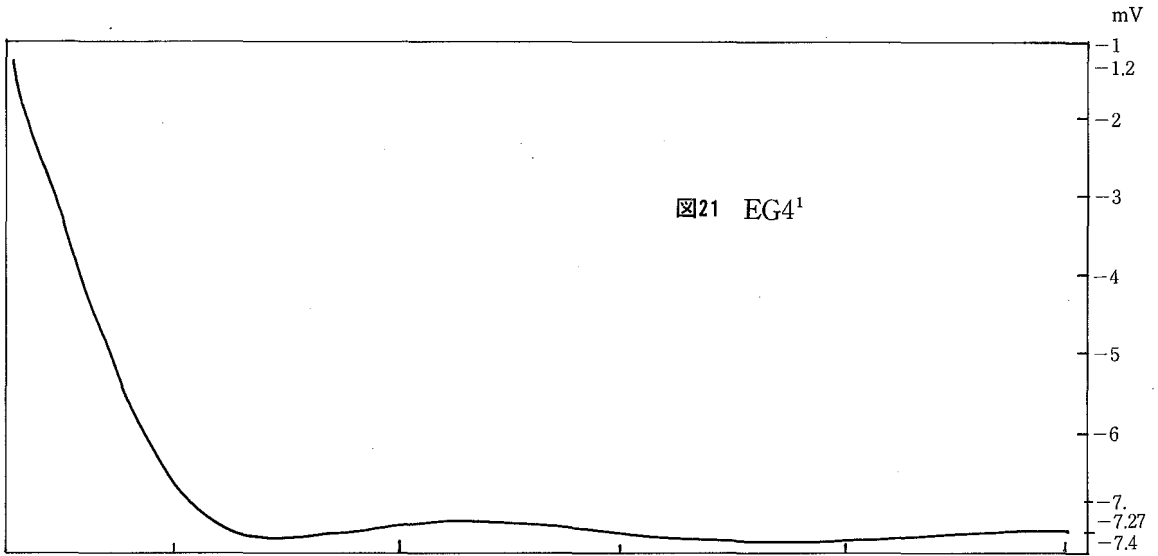
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.1949961D-01 IMA= 1
 XIMI= .2000000D+01 YMIN=-.4072955D-01 IMI= 4 AV(20)=-.3579402D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 9



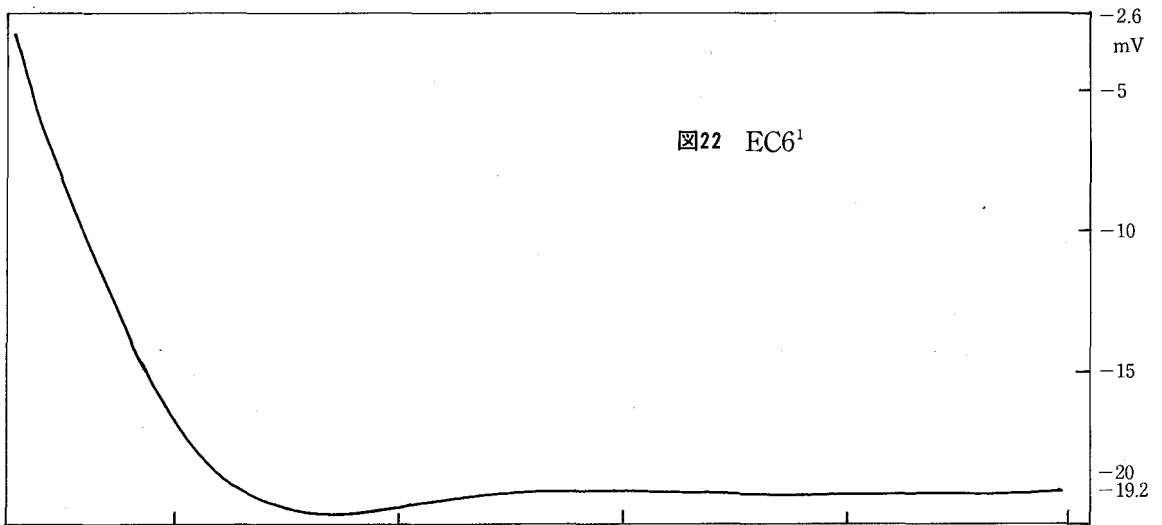
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.1271995D-04 IMA= 1
 XIMI= .5000000D+01 YMIN=-.3899893D-02 IMI= 10 AV(20)=-.3443136D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 2



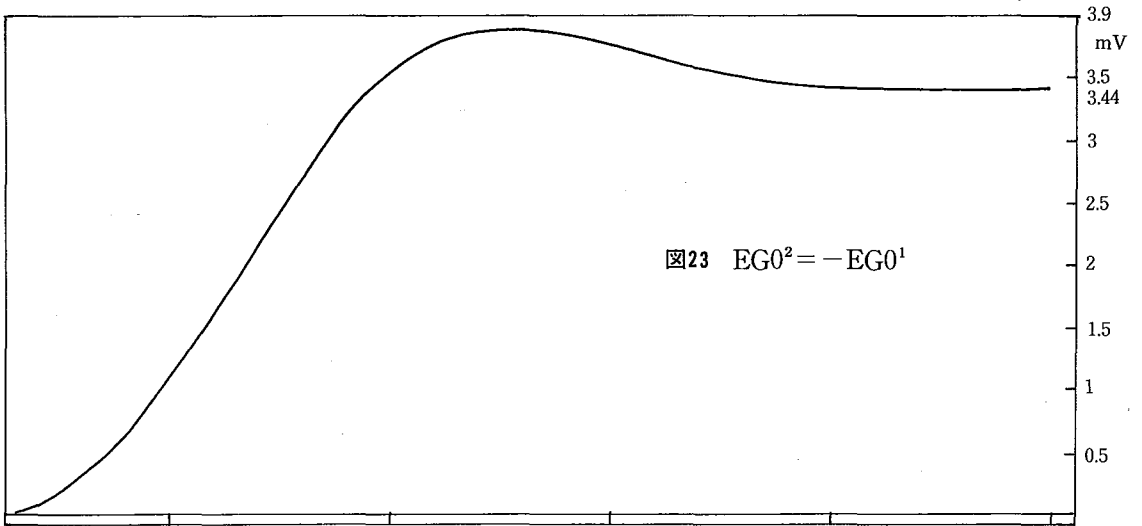
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.2691640D-04 IMA= 1
 XIMI= .5000000D+01 YMIN=-.8233390D-02 IMI= 10 AV(20)=-.7268999D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 3



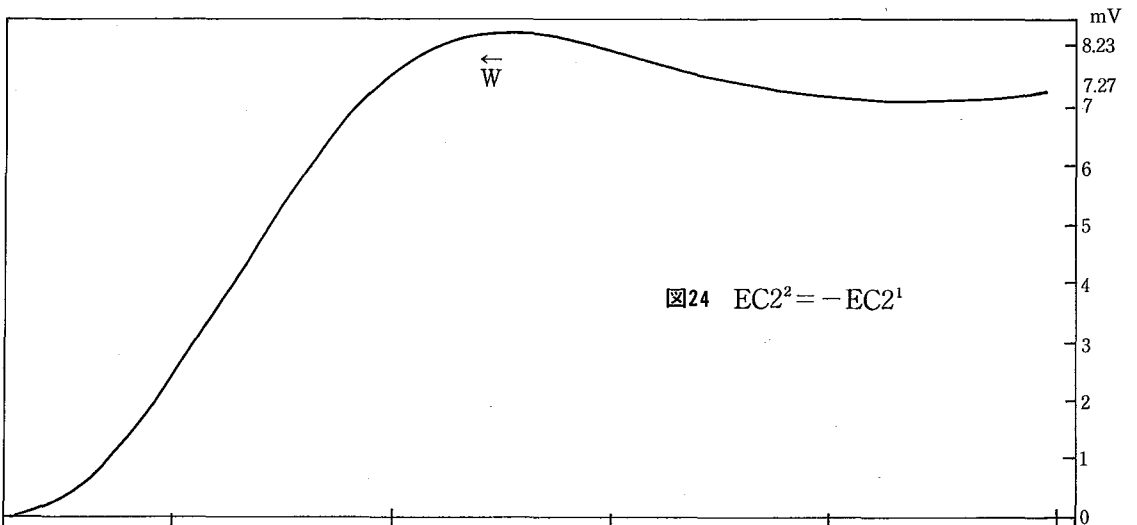
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.1203470D-02 IMA= 1
 XIMI= .7000000D+01 YMIN=-.7400475D-02 IMI= 14 AV(20)=-.7283185D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 4



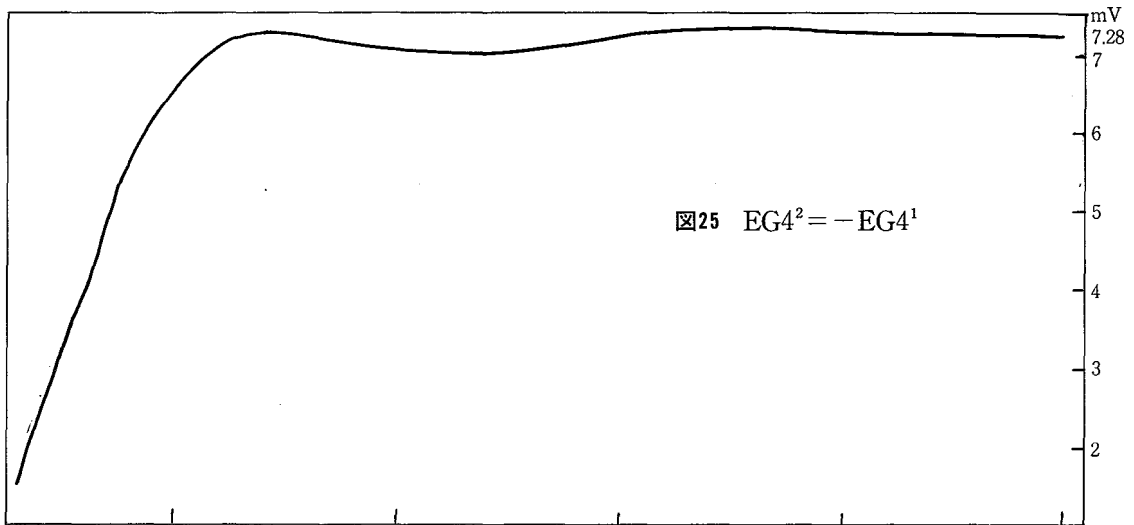
XIMA= .5000000D+00 YMAX=-.2641350D-02 IMA= 1
 XIMI= .3500000D+01 YMIN=-.2008581D-01 IMI= 7 AV(20)=-.1922828D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 5



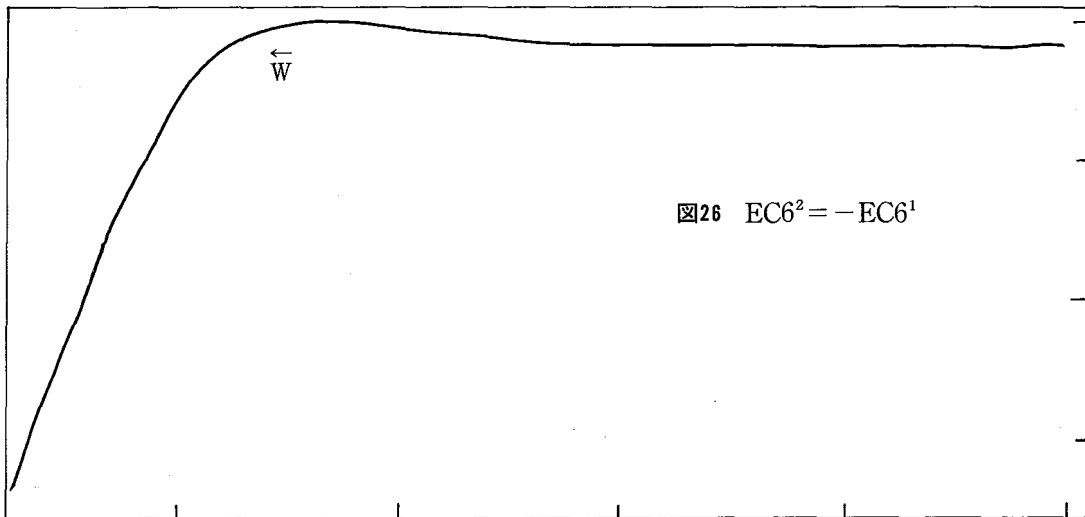
XIMA= .5000000D+01 YMAX= .3899573D-02 IMA= 10
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .1181402D-04 IMI= 1 AV(20)= .3443142D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 6



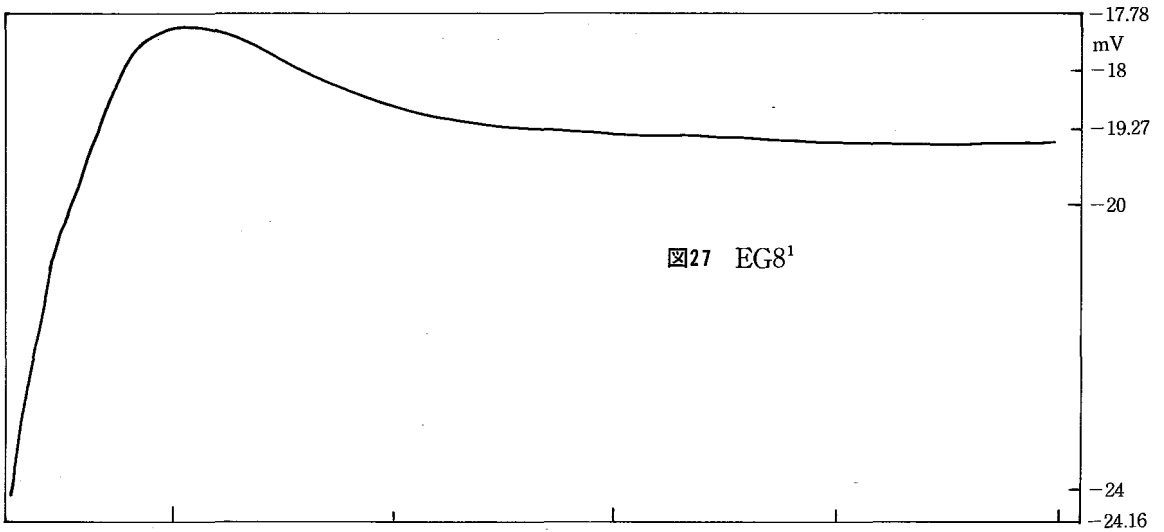
XIMA= .5000000D+01 YMAX= .8232718D-02 IMA= 10
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .2487756D-04 IMI= 1 AV(20)= .7269090D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 7



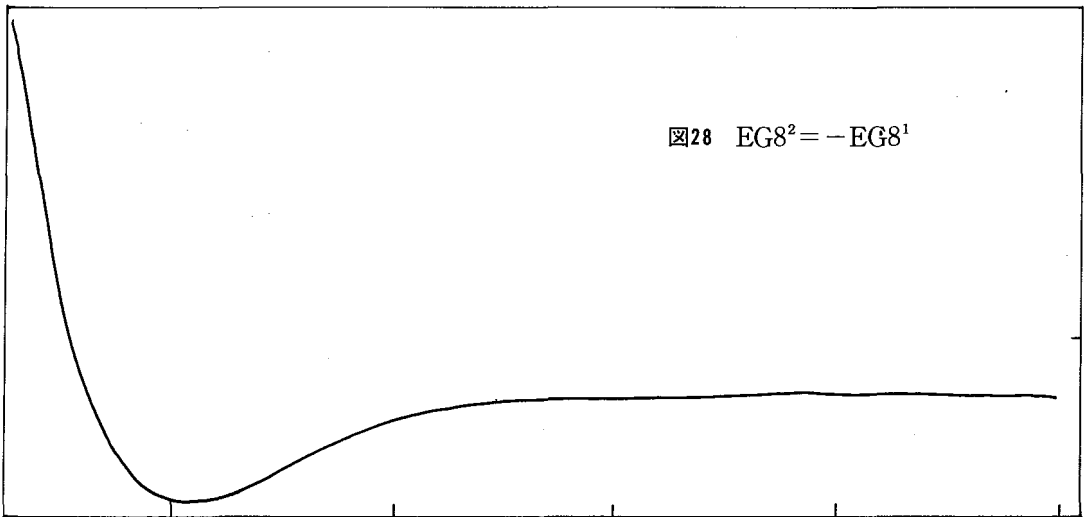
XIMA= .7000000D+01 YMAX= .7400539D-02 IMA= 14
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .1213410D-02 IMI= 1 AV(20)= .7283202D-02
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 8



XIMA= .3500000D+01 YMAX= .2008226D-01 IMA= 7
 XIMI= .5000000D+00 YMIN= .2660311D-02 IMI= 1 AV(20)= .1922828D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 9



XIMA= .2000000D+01 YMAX=-.1778382D-01 IMA= 4
 XIMI= .5000000D+00 YMIN=-.2416301D-01 IMI= 1 AV(20)=-.1926921D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 2



XIMA= .5000000D+00 YMAX= .2416517D-01 IMA= 1
 XIMI= .2000000D+01 YMIN= .1778776D-01 IMI= 4 AV(20)= .1926921D-01
 PLEASE IMPUT ANY INTEGER AV III JJJ= 1 3

4.2 4.1の各枝各部の定常値

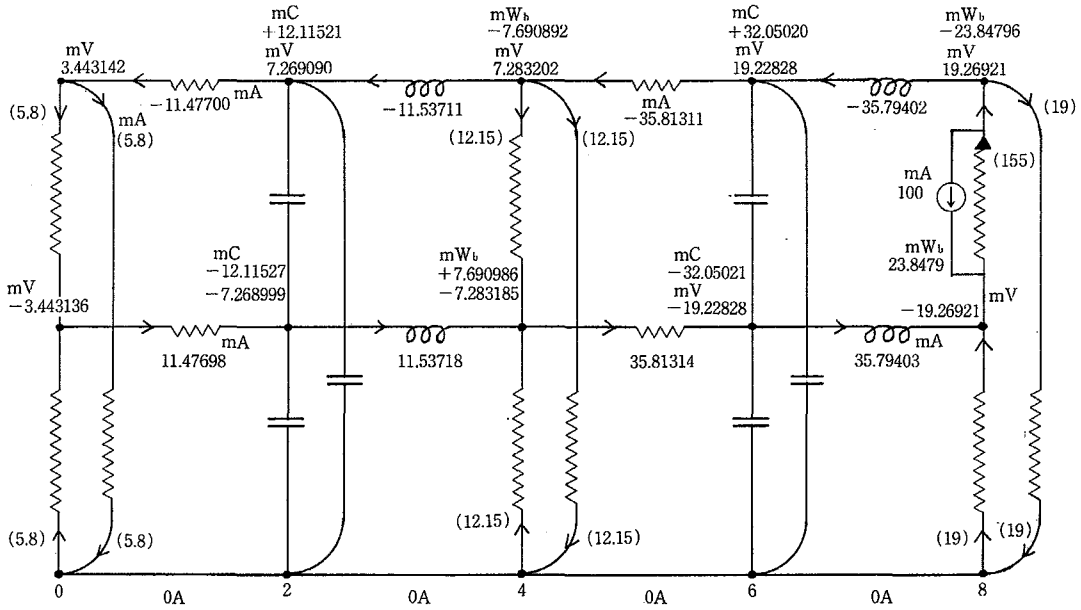


図29 右端に0秒に直流電流源を印加した後10秒後に電流源100mAが流れているときの電荷、磁束、電流、電圧分布。

時間が経ち定常状態に達したなら、L部では電圧降下はなく
 C部では電流はないことが推察される
 考察のため詳細な数値を記載しておく。

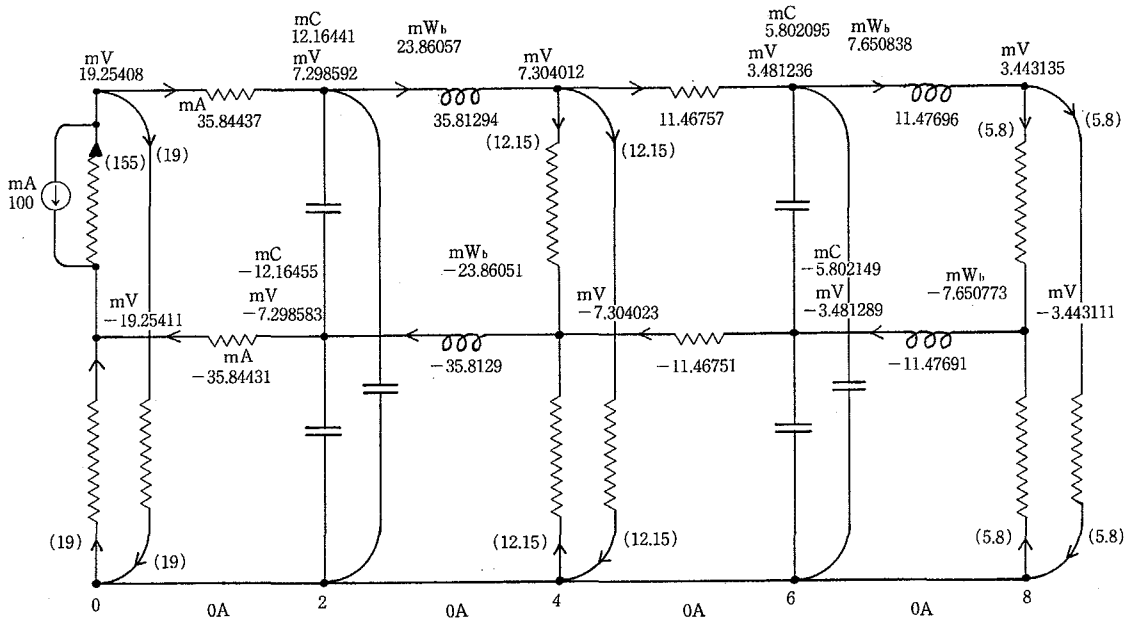


図30 左端に0秒に直流電流源を印加し10秒後ほとんど定常直流に達したとき

(附録2) プログラムを組むための式の準備

(4・a) 式には \tanh^{-1} があるがライブラリーには無いので \log に変形する。すなわち、次の式を用いる。

$$\tanh^{-1}x = \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x} \quad \left[= x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots (|x| < 1) \right]$$

(4・a) 式中、文字を簡単にかくため

$$x_1 = E_{C_2}^1$$

$$x_2 = E_{C_2}^2$$

とおいて

$$\left. \begin{aligned} q_{C_2}^1 &= \frac{1}{2} \log \frac{1+x_1}{1-x_1} + \frac{1}{2} \frac{1+\frac{1}{3}(x_1-x_2)}{1-\frac{1}{3}(x_1-x_2)} = \frac{1}{2} \log \frac{(1+x^1) \left\{ 1 + \frac{1}{3}(x_1-x_2) \right\}}{(1-x^1) \left\{ 1 - \frac{1}{3}(x_1-x_2) \right\}} \\ q_{C_2}^2 &= \frac{1}{2} \log \frac{1+\frac{1}{3}(x_2-x_1)}{1-\frac{1}{3}(x_2-x_1)} + \frac{1}{2} \log \frac{1+x_2}{1-x_2} = \frac{1}{2} \log \frac{(1+x_2) \left\{ 1 + \frac{1}{3}(x_2-x_1) \right\}}{(1-x_2) \left\{ 1 - \frac{1}{3}(x_2-x_1) \right\}} \end{aligned} \right\} \quad (a \cdot 1)$$

この (a・1) の式でプログラムしてもよく、次のように変形しても同じである。

$$\left. \begin{aligned} \therefore e^{2q_{C_2}^1} &= \frac{(1+x_1) \left\{ 1 + \frac{1}{3}(x_1-x_2) \right\}}{(1-x_1) \left\{ 1 - \frac{1}{3}(x_1-x_2) \right\}} \\ e^{2q_{C_2}^2} &= \frac{(1+x_2) \left\{ 1 + \frac{1}{3}(x_2-x_1) \right\}}{(1-x_2) \left\{ 1 - \frac{1}{3}(x_2-x_1) \right\}} \end{aligned} \right\} \quad (a \cdot 1)'$$

また $q_{C_6}^1, q_{C_6}^2$ も同形である。

(2・a)'' 式から

$E_{C_0}^1, E_{C_0}^2$ を求めるために、まず (1・d)' 式をかき、それを (2・a)'' に用いる文字を簡単にかくため

$$x_1 = E_{C_0}^1$$

$$x_2 = E_{C_0}^2$$

とおくと、(1・d)' 式は

$$\left. \begin{aligned} I_{C_0}^1 &= \tanh(2x_1) + \tanh\left\{ \frac{2}{3}(x_1-x_2) \right\} + i_{C_0}^{11} + i_{C_0}^{12} \\ I_{C_0}^2 &= \tanh\left\{ \frac{2}{3}(x_2-x_1) \right\} + \tanh(2x_2) + i_{C_0}^{21} + i_{C_0}^{22} \end{aligned} \right\} \quad (b \cdot 1)$$

(2・a)'' は

$$\begin{bmatrix} E_{C_0}^1 \\ E_{C_0}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{C_2}^1 \\ E_{C_2}^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tanh^{-1}(-I_{C_0}^1) + \tanh^{-1}\left(\frac{-I_{C_0}^2}{3}\right) \\ \tanh^{-1}\left(\frac{-I_{C_0}^1}{3}\right) + \tanh^{-1}(-I_{C_0}^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R_1}^1 \\ e_{R_1}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E_{C2}^1 \\ E_{C2}^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \log \frac{(1-I_{G0}^1)(1-I_{G0}^2/3)}{(1+I_{G0}^1)(1+I_{G0}^2/3)} \\ \log \frac{(1-I_{G0}^1/3)(1-I_{G0}^2)}{(1+I_{G0}^1/3)(1+I_{G0}^2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R1}^1 \\ e_{R1}^2 \end{bmatrix} \quad (c \cdot 1)$$

$$\therefore \begin{cases} e^{4(E_{L0}^1 - E_{L1}^1 + e_{L1}^1)} = \frac{(1-I_{G0}^1)(1-I_{G0}^2/3)}{(1+I_{G0}^1)(1+I_{G0}^2/3)} \\ e^{4(E_{L0}^2 - E_{L2}^2 + e_{L2}^2)} = \frac{(1-I_{G0}^1/3)(1-I_{G0}^2)}{(1+I_{G0}^1/3)(1+I_{G0}^2)} \end{cases} \quad (c \cdot 1)'$$

E_{G4}^1, E_{G4}^2 をプログラムするには

$$x_1 = E_{G4}^1$$

$$x_2 = E_{G4}^2$$

と おい て (3・c)' 式 (1・d)'' 式 より

$$\begin{bmatrix} I_{R5}^1 \\ I_{R5}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L3}^1 \\ I_{L3}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{G4}^1 \\ I_{G4}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L3}^1 \\ I_{L3}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tanh(2x_1) + \tanh\left\{\frac{2}{3}(x_1 - x_2)\right\} \\ \tanh\left\{\frac{2}{3}(x_2 - x_1)\right\} + \tanh(2x_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{G4}^{11} + i_{G4}^{12} \\ i_{G4}^{21} + i_{G4}^{22} \end{bmatrix}$$

(1・a)''' 式 に この I_{R5}^1, I_{R5}^2 を使 っ て、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{G4}^1 \\ E_{G4}^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_{C6}^1 \\ E_{C6}^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tanh^{-1} I_{R5}^1 + \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R5}^2 \right) \\ \tanh^{-1} \left(\frac{1}{3} I_{R5}^1 \right) + \tanh I_{R5}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R5}^1 \\ e_{R5}^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} E_{C6}^1 \\ E_{C6}^2 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \log \frac{(1+I_{R5}^1)(1+I_{R5}^2/3)}{(1-I_{R5}^1)(1-I_{R5}^2/3)} \\ \log \frac{(1+I_{R5}^1/3)(1+I_{R5}^2)}{(1-I_{R5}^1/3)(1-I_{R5}^2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{R5}^1 \\ e_{R5}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1 \cdot a)''''$$

$$\therefore \begin{cases} e^{4(E_{L4}^1 - E_{L4}^1 + e_{L4}^1)} = \frac{(1+I_{R5}^1)(1+I_{R5}^2/3)}{(1-I_{R5}^1)(1-I_{R5}^2/3)} \\ e^{4(E_{L4}^2 - E_{L4}^2 + e_{L4}^2)} = \frac{(1+I_{R5}^1/3)(1+I_{R5}^2)}{(1-I_{R5}^1/3)(1-I_{R5}^2)} \end{cases} \quad (1 \cdot a)'''''$$

(1・a)'''' 式 だ も (1・a)'''''' 式 だ も 同 じ だ る。

(いどがわ いさお 教授)

(1993. 1. 13受理)